

## RELATÓRIO FINAL DE ORIENTAÇÃO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA DO PET-MATEMÁTICA UFCG

### I – Dados do Projeto

**Título:** Espaços de Hilbert

**Período:** 2020/2021

**Bolsista:** Jonas Barros Lima de Medeiros

**Orientador de Iniciação Científica:** Prof. Dr. Rodrigo Cohen Mota Nemer

### I.1 Resumo do Projeto

O presente projeto foi dividido em três partes: (1) Revisão e estudo de tópicos de Álgebra Linear I e II; (2) Revisão e estudo de tópicos de Análise Real; (3) Estudo da referência, em inglês, com tema Espaços de Hilbert.

Na primeira e segunda etapas, estudamos e revisamos conceitos introdutórios com objetivo de fortalecer a base do discente, para que pudéssemos, posteriormente, adentrar no tema principal, Espaço de Hilbert, almejando chegar no Teorema de Lax-Milgram. Nesse estudo, abrangemos detalhadamente, focando nos principais resultados, conteúdos programáticos dos cursos de Álgebra Linear I e II e Análise Real ofertados pela Unidade Acadêmica de Matemática (UAMat).

Na terceira etapa, estudamos tópicos do livro (em inglês) do autor Haim Brezis, intitulado “Functional Analysis, Sobolev Spaces and Partial Differential Equations”; além dessa, como leitura auxiliar, usamos o livro (em inglês) “Introductory Functional Analysis with applications”, de E. Kreyszig. Nessa etapa, o aluno estudou e apresentou resultados introdutórios de Análise Funcional. Isso o levou, fatalmente, ao estudo de conceitos de Topologia Geral e Espaços Métricos, o que, por sua vez, serviram de apoio para a apresentação e a demonstração do Teorema de Lax-Milgram.

Vale ressaltar que, durante os estudos, o discente apresentou seu trabalho no XVIII Congresso de Iniciações Científicas, promovido pela UFCG – ISSN: 2177-112X.

### I.2 Objetivos Propostos

#### Objetivos Gerais:

- Angariar recursos para que o aluno, com maior facilidade, possa ter um melhor desempenho em cursos de pós-graduação na área que estamos estudando.
- Revisar/reforçar tópicos da Álgebra Linear I e II e Análise Real para, posteriormente, o aluno consiga alcançar resultados mais complexos que são de suma importância para o desenvolvimento da teoria do tema da Iniciação Científica.
- Se familiarizar os conceitos de Álgebra Linear I e II e Análise Real mais intimamente ligados à teoria que trata dos Espaços de Hilbert.

#### Objetivos Específicos:

- Estudar o tema: Espaços de Hilbert – Teorema de Lax-Milgram.

### I.3 Resultados Obtidos

Os resultados vistos referente à Iniciação Científica, estão listados a seguir.

Referência: LANG, Serge. **Álgebra Linear**. Rio De Janeiro: Editora Ciência Moderna, 2003.

- Cap. 3 – Aplicações Lineares
- Cap. 4 – Aplicações Linear e Matrizes
- Cap. 5 – Produtos Escalares e Ortogonalidade
- Cap. 6, item 6.6 – Permutações
- Cap. 7 – Operadores Simétricos, Hermitianos e Unitários
- Cap. 8 – Autovetores e Autovalores
- Cap. 10, item 10.3 – Diagonalização de Aplicações Unitárias
- Cap. 12 – Números Complexos / Espaços Vetoriais Complexos

Referência: LIMA, Elon Lages. **Curso de Análise Volume 1**. 7ª ed. Rio De Janeiro: IMPA, 1976.

- Cap. IV– Sequência e Séries de Números Reais
- Cap. V – Topologia na Reta
- Cap. VI – Limite de Funções
- Cap. VII – Funções Contínuas

Referência: BREZIS, Haim. **Functional Analysis, Sobolev Spaces and Partial Differential Equations**. United States of America: Springer, 2011.

- Cap. 1 – Seção 1.1 – The Analytic Form of the Hahn-Banach Theorem: Extension of Linear Functionals
- Cap. 1 – Seção 1.3 – The Bidual  $E^{**}$ . Orthogonality Relations
- Cap. 3. – Seção 3.1 – The Coarsest Topology for Which a Collection pf Maps Becomes Continuous
- Cap. 3 – Seção 3.6 – Separable Spaces
- Cap. 5 – Seção 5.1 - Definitions and Elementary Properties. Projection onto a Closed Convex Set
- Cap. 5 – Seção 5.3 – The Theorems of Stampacchia and Lax-Milgram

Obs.: Durante o estudo dos tópicos anteriores, foram feitas pesquisas nas seguintes referências:

1. LIMA, Elon Lages. **Álgebra Linear**. 6º ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2003.
2. KREYZIG, Erwin. **Introductory functional analysis with applications**. United States of America: Jhon Wiley & Sons, 1978.

## I- CRONOGRAMA

O CRONOGRAMA DE TRABALHO PROPOSTO FOI CUMPRIDO?

SIM

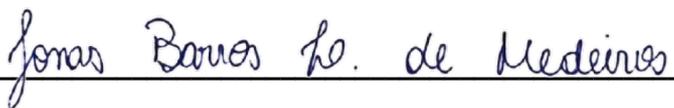
NÃO. NESSE CASO DETALHAR OS MOTIVOS.

## III- Justificar Alterações no Projeto (se for o caso)

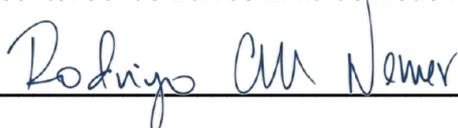
Tendo em vista o desempenho do aluno e o tempo disponível, optou-se por acrescentar alguns tópicos ao plano inicial de estudos dessa etapa. O objetivo foi melhorar a familiaridade do discente com o tema trabalhado.

## IV- Parecer do orientador sobre o desempenho do aluno

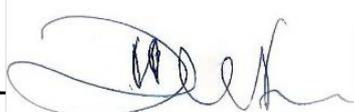
O aluno, mantendo o ritmo de estudos do primeiro semestre, alcançou o objetivo que foi traçado para este período. Os tópicos trabalhados nesse momento foram muito mais delicados, o que trouxe dificuldades, mas o desenvolvimento do aluno superou as expectativas em alguns quesitos. Considero o desempenho excelente.



Discente: Jonas Barros Lima de Medeiros



Orientador Científico: Prof. Dr. Rodrigo Cohen Mota Nemer



Tutor do PET - Matemática – UFCG: Prof. Dr. Daniel Cordeiro de Morais Filho