**Bolsistas:** Geovany Fernandes Patrício

Juarez Cavalcante Brito Júnior

**Tutor:** Prof. Dr. Daniel Cordeiro de Morais Filho

***A irracionalidade de π***

A constante mais badalada de toda história da Matemática, o famoso e mundialmente conhecido número π (pi), razão entre o perímetro de uma circunferência e seu diâmetro, já era utilizado há milhares de anos, notadamente em grandes construções e planejamentos de obras de engenharia (vide[1]). Essa constante, inclusive, aparece em passagens na Bíblia: *“Fez também um mar de fundição de dez côvados, duma borda à outra, redondo em toda a volta, a sua profundidade era de 5 côvados e cingia-o um corsão de trinta côvados.”* (I Reis, 7: 23).

Vários matemáticos e cientistas, como Arquimedes (287 – 212 a.C.) e Tsu Chung- Chi (430 – 501), ao decorrer do tempo, tentaram encontrar métodos numéricos para calcular as casas decimais de π. Hoje, com o avanço de programas computacionais, já são conhecidos bilhões de dígitos desse número.

Certamente, todas as pessoas com conhecimento básico em Matemática já ouviram falar que o número é um número irracional, isto é, não pode ser escrito na forma , com *a* e *b* inteiros.

Muitos repetem e conhecem esse fato, que permeia os livros que permeia os livros desde o Ensino Básico, mas, incrivelmente, poucos viram a demonstração desse fato, mesmo os alunos que concluem cursos de Matemática.

Apresentaremos aqui, uma clássica e brilhante demonstração da irracionalidade de π, extremamente construtiva, feita pelo matemático Ivan Niven (1915 – 1999) (vide [2] e [3]).

A demonstração usa ideias básicas de Cálculo Diferencial e Integral (vide[4]) e é uma das demonstrações mais elementares da irracionalidade de π. A demonstração é feita por contradição.

Suponhamos que π é um número racional, ou seja, π = , sendo e inteiros positivos.

Consideremos agora as funções polinomiais:

e

,

e com *i* = 1, 2, 4, 6,..., são as i-ésimas derivadas de , o número *n* será escolhido posteriormente.

Observemos que e possuem valores inteiros para e também para , uma vez que, (utilizando a regra do Produto e a regra da Cadeia),

(\*)

Sendo

, vê-se que

e daí, temos que (\*\*)

Assim, pelo Cálculo Diferencial, e usando (\*) e (\*\*), temos

.

Portanto, pelo Teorema Fundamental do Cálculo, e usando o fato de que e são iguais a zero, (uma vez que e são iguais a zero), temos

(\*\*\*)

Note que é um inteiro, pois, e são inteiros.

Agora, usando o fato de que os pontos críticos da função são , e , este último ponto sendo ponto de máximo da função, vê-se que

Logo, para , temos

o que implica

donde, (usando (\*\*\*)),

Assim, se considerarmos um valor de suficientemente “grande”, encontraremos um número inteiro entre 0 e 1. Absurdo!

Logo, provamos que é um número irracional, como queríamos demonstrar.

**Referências Bibliográficas**

[1] EVES, Howard. *Introdução à História da Matemática*. Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2004.

[2] FIGUEIREDO, D. G. *Números Irracionais e Transcendentes*. Rio de Janeiro, RJ: Sociedade Brasileira de Matemática, 3 ed, 2002.

[3] NIVEN, Ivan. *“A simple proof that is irrational”*Bulletin of American Mathematical Society53 (6): 509, 1974.

[4] THOMAS, G. B. *Cálculo*. São Paulo, SP: Addison Wesley, Volume 1, 2009.