Universidade Federal de Campina Grande
Centro de Ciências e Tecnologia
Unidade Acadêmica de Matemática e Estatística - UAME

INTRODUÇÃO À TEORIA DAS IDENTIDADES POLINOMIAIS

[1] Nancy L. Costa, [2] Sirlene T. Alves, [3] Diogo Diniz P. da Silva e Silva

[1] UFCG/CCT/UAME/ Bolsista Capes REUNI - Av. Aprígio Veloso, 745, 58429-970 - Campina Grande - PB
e-mail: nancycosta@dme.ufcg.edu.br
[2] UFCG/CCT/UAME/ Bolsista Capes - Av. Aprígio Veloso, 745, 58429-970 - Campina Grande - PB
e-mail: sirlene@dme.ufcg.edu.br
[3] UFCG/CCT/UAME/ Doutor - Av. Aprígio Veloso, 745, 58429-970 - Campina Grande - PB
e-mail: diogo@dme.ufcg.edu.br

RESUMO

Neste trabalho apresentamos uma breve introdução às Álgebras com Identidades Polinomiais também conhecidas como PI-Álgebras. Este é um ramo recente da álgebra que começou a ser abordado com mais profundidade a partir de 1945, sobretudo com os trabalhos dos matemáticos N. Jacobson, J. Levitzki e I. Kaplansky, que tratavam da estrutura de anéis (ou álgebras) com identidades polinomiais. Iniciaremos o trabalho definindo álgebra, que essencialmente é um espaço vetorial com multiplicação de vetores. Essa estrutura aparece em contextos bastante conhecidos como, por exemplo, as matrizes quadradas de ordem n, o espaço vetorial dos polinômios em uma variável (ou em várias variáveis), o espaço $\mathbb{R}^3$ munido do produto vetorial, ou o próprio corpo dos números reais $\mathbb{R}$ que é um espaço vetorial sobre o corpo dos racionais $\mathbb{Q}$ e é também um exemplo de álgebra. Em seguida trataremos das identidades polinomiais, ponto de partida da PI- teoria, um exemplo interessante de PI-álgebra é o corpo $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$ dos resíduos módulo um primo p, na linguagem de identidades polinomiais o Pequeno Teorema de Fermat garante que $p(x) = x^p - x$ é uma identidade polinomial para esta álgebra. Daremos também exemplos de identidades polinomiais para algumas álgebras, como as álgebras das matrizes quadradas de ordem 2 e 3, ressaltamos que ainda não foram descritas identidades para matrizes de ordem maior do que ou igual a 3. Apresentaremos um tipo especial de polinômio, o polinômio standard de ordem k, e enunciaremos o Teorema de Amitzur-Levitzki, o qual garante que o polinômio standard de grau 2n é uma identidade polinomial para a álgebra das matrizes quadradas de ordem n.

Palavras-Chave: Álgebras, matrizes quadradas, identidades polinomiais.

AGRADECIMENTOS

Agradecemos ao professor Diogo Diniz Pereira da Silva e Silva , nosso orientador do mestrado, pelo apoio e incentivo dado na elaboração deste trabalho e à Capes pelo apoio financeiro.

REFERÊNCIAS

1. Drensky, Vesselin S.. Free *algebras and PI-algebras: graduate course in algebra.* Springer-Verlag Singapore Pte. Ltd. 2000.

2. Giambruno, A. e Zaicev, M. *Polynomial identities and asymptotic methods.* Mathematical surveys and monographs, v. 122.