Universidade Federal de Campina Grande
Centro de Ciências e Tecnologia
Unidade Acadêmica de Matemática e Estatística - UAME

TEORIA DA OSCILAÇÃO

[1] Mário Sérgio Alves Ferreira
[2] Claudianor Oliveira Alves

[1] UFCG/CCT/UAME/ Integrante de Grupo PET – Matemática UFCG - Av. Aprígio Veloso, 745, 58429-970 - Campina Grande – PB – e-mail: mario@dme.ufcg.edu.br
[2] UFCG/CCT/UAME/ Prof. Dr. da UAME-UFCG - Av. Aprígio Veloso, 745, 58429-970 -Campina Grande – PB – e-mail: coalves@dme.ufcg.edu.br

RESUMO

O objetivo desse trabalho é apresentar importantes Teoremas que estruturam e fundamentam a teoria da oscilação nas Equações Diferenciais Ordinárias. Esta teoria é baseada nas Equações Diferenciais Lineares Auto-Adjuntas de Segunda Ordem, escritas na forma $[r(x)y']' + p(x)y = 0$ (I), onde $r(x)$e $p(x)$ são contínuas no intervalo $x_0 \leq x \leq x_1$, sendo $r(x) > 0$ neste intervalo. Estes resultados são aplicáveis também à equação $a(x)y'' + b(x)y' + c(x) = 0$, onde $a(x) > 0$ e $a(x), b(x), c(x)$ são contínuas no intervalo $[x_0, x_1]$, pois, esta equação pode ser colocada na forma auto-adjunta, mediante a multiplicação de ambos os seus membros pela função $\frac{1}{a(x)} e^{\int_{x_0}^{x}[b(x)/a(x)]dx}$. Dessa forma, obtemos $r(x) = e^{\int_{x_0}^{x}[b(x)/a(x)]dx}$ e $p(x) = \frac{c(x)}{a(x)}r(x)$. Na demonstração dos teoremas apresentados a seguir, é necessário o conhecimento da Fórmula de Abel, escrita na forma $r(x)[u(x)v'(x) - u'(x)v(x)] \equiv k$. Inicialmente, mostraremos o Teorema de Sturm da Separação: sejam $u(x)$e $v(x)$duas soluções linearmente independentes de (I). Então, entre dois zeros consecutivos de $u(x)$existe somente um zero de $v(x)$. Em seguida, exporemos o Teorema de Sturm da Comparação: Se uma solução $y(x)$ de (I) possui zeros consecutivos em $x = x_0$ e $x = x_1 (x_0 < x_1)$ e se $p_1(x) \geq p(x)$para ao menos um ponto do intervalo fechado $[x_0, x_1]$, então uma solução $z(x)$ de $[r(x)z']' + p_1(x)z = 0$ que se anula em $x = x_0$, se anulará ainda no intervalo $x_0 < x < x_1$. Daremos ênfase, aos não menos importantes, Teoremas de Sturm-Picone e de Bôcher-Osgood. Concluindo nosso estudo abordaremos a Oscilação num Semi-Eixo que nos dará uma condição suficiente para que as soluções de (I) se anulem infinitas vezes na semi-reta $0 < x < \infty$, através do Teorema: Se $r(x)$ positivo,e suponhamos que $r(x)$ e $p(x)$sejam contínuas no intervalo $0 < x < \infty$. Se tivermos $\int_1^{\infty} \frac{dx}{r(x)} = +\infty$, $\int_1^{\infty} p(x)\,dx = +\infty$, então toda solução de (I), se anulará infinitas vezes no intervalo $1 < x < \infty$. Analogamente, se $\int_1^{\infty} \frac{dx}{r(x)} = +\infty$, $\int_1^{\infty} p(x)\,dx = +\infty$, toda solução de (I) se anulará infinitas vezes no intervalo $1 < x < \infty$. E finalmente, a equação de Riccati, que é obtida da substituição de $z(x) = \frac{r(x)y'}{y}$ em (I), onde $r(x)$ e $p(x)$ são contínuas no intervalo $a \leq x \leq b$, ficando $(yz)' + p(x) = 0$, ou $z' + \frac{1}{r(x)}z^2 + p(x) = 0$.

Palavras-chaves: Equações Diferenciais Ordinárias, Oscilação, Teoremas de Sturm.

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao prof. Dr. Daniel Cordeiro, tutor do grupo PET- Matemática UFCG, do qual faço parte, pelo apoio na execução do projeto de iniciação científica e ao prof. Dr. Claudianor Oliveira Aves pela orientação.

REFERÊNCIAS

1. LEIGHTON, Walter. Equações Diferenciais Ordinárias**.** Livros Técnicos e Científicos; Rio de Janeiro, 1978**.**
2. SIMMONS, George F. Differential Equations with Aplications and Historical Notes. McGraw-Hill, Inc. Segunda edição, 1991.