Universidade Federal de Campina Grande
Centro de Ciências e Tecnologia
Unidade Acadêmica de Matemática e Estatística - UAME

A Equação de Markov

[1] Matheus Cunha Motta, [2] Daniel C. de Morais Filho

[1] UFCG/CCT/UAME/ Integrante do Grupo PET-Matemática UFCG - e-mail: matheus@dme.ufcg.edu.br
[2] UFCG/CCT/UAME/ Professor da UAME - e-mail: daniel@dme.ufcg.edu.br

RESUMO

A equação de Markov (1856 - 1922) é uma equação diofantina da forma $m^2+n^2+p^2=3mnp$, onde m , n e p são números inteiros positivos. Existem infinitas soluções para a equação de Markov, representadas por ternas do tipo $(m\,,n\,,p)$.

Dentre outras, a motivação para o estudo das soluções da equação de Markov é que, o enésimo número de Lagrange L_n está relacionado com o enésimo número de Markov x_n por $L_n=\sqrt{9-(4/x_n^2)}$. Ocorre que este é um resultado utilizado no Teorema do número irracional de Hurwitz's [2], o qual estabelece que um limitante da forma $|a-p/q|<1/L_n q^2$ pode ser utilizado para obter a melhor aproximação possível do irracional a .

No presente estudo, provamos que existem infinitas soluções $(m\,,n\,,p)$ para a equação de Markov, dentre as quais, as soluções $(1,1,1)$ e $(1,1,2)$ são as únicas não constituídas de três inteiros distintos. Além disso, exploramos a interessante estrutura formada pelas soluções da equação de Markov, quando dispostas num gráfico de árvore especifico, chamado árvore de números de Markov. Observamos daí que os números adjacentes a região 1, da árvore de números de Markov, são números de Pell com índice ímpar e os números adjacentes a região 2 são números de Fibonacci de índice ímpar [3].

Palavras-Chave: Equação de Markov; Árvore de Números de Markov; Teorema do número irracional de Hurwitz's; Número de Lagrange.

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao Prof. Daniel Cordeiro de Morais Filho, tutor do PET-Matemática UFCG, por ter proposto a realização deste estudo e a Profª. Rosana Marques da Silva pela orientação.

REFERÊNCIAS

1. CUSICK, T. W, FLAHIVE, M. E, *The Markoff and Lagrange Spectra*. Mathematical surveys and monographs, n° 30. American Mathematical Society, 1989.
2. WEISSTEIN, E. W. "Lagrange Number." From MathWorld--A Wolfram Web Resource. http://mathworld.wolfram.com/LagrangeNumber.html, página consultada em 22/09/2011.
3. http://en.wikipedia.org/wiki/Markov_number, página consultada em 22/09/2011.
4. http://en.wikipedia.org/wiki/Pell_number, página consultada em 22/09/2011.