Universidade Federal de Campina Grande
Centro de Ciências e Tecnologia
Unidade Acadêmica de Matemática e Estatística - UAME

PEQUENAS OSCILAÇÕES DE UMA CORDA

[1] Michell Lucena Dias, [2] Prof. Alânnio Barbosa Nóbrega

[1] UFCG/CCT/UAME/ Integrante do PET-Matemática-UFCG - Av. José de tal, 998, 58109-970, Campina Grande – PB – e-mail: michell@dme.ufcg.edu.br
[2] UFCG – e-mail: alannio@dme.ufcg.edu.br

RESUMO

Imagine-se tocando violão e, por curiosidade, você se pergunta qual seria a equação que descreve o movimento das cordas dele. Pensando neste problema, é possível obter uma modelagem matemática da seguinte forma: considere uma corda de comprimento L situada sobre o eixo dos x de um sistema de coordenadas cartesianas ortogonais $x0t$, na qual a extremidade esquerda desta corda situa-se sobre a origem do sistema. Supondo os extremos fixos, nosso objetivo é encontrar a elongação $u(x,t)$ de um ponto ao oscilar a corda sob o aspecto da existência, unicidade e dependência contínua dos dados iniciais. Para tanto, utilizaremos resultados básicos acerca de equações diferenciais parciais e séries de Fourier, bem como o consagrado método das variáveis separadas que consiste em encontrar, neste caso, duas funções X e T tais que $u(x,t) = X(x)T(t)$. Diante disto, é possível obter uma solução sob a forma $u_k(x,t) = \left(a_k \cos\frac{k\pi at}{L} + b_k \sin\frac{k\pi at}{L}\right)\sin\frac{k\pi x}{L}$, onde a_k e b_k são coeficiente da série de Fourier para $k = 1,2\ldots$; ademais, pode-se concluir que $\sum_{i=1}^{\infty} u_k(x,t)$ também é solução do problema devido a sua convergência uniforme. Mais geralmente, a solução deste problema escreve-se sob a forma $\tilde{u}(x,t) = \frac{1}{2}[\tilde{u}_0(x+at) + \tilde{u}_0(x-at)] + \frac{1}{2a}\int_{x-at}^{x+at} \tilde{u}_1(s)ds$, que é chamada de fórmula de d'Alembert, onde $\tilde{u}_0$ e $\tilde{u}_1$ são as extensões ímpares à reta $\mathbb{R}$ da posição inicial $u_0(x)$ e da velocidade inicial $u_1(x)$ da corda no instante $t = 0$.

Palavras-Chave: equações diferenciais, Fourier, oscilações.

AGRADECIMENTOS

O autor agradece ao Prof. Dr. Daniel Cordeiro, tutor do PET-Matemática-UFCG, do qual faço parte, pelo apoio e incentivo e ao Prof. Alânnio Barbosa pela orientação nos trabalhos de iniciação científica.

REFERÊNCIAS

1. MEDEIROS, L. A. ANDRADE, N. G. *Iniciação Às Equações Diferenciais Parciais*. Livros Técnicos e Científicos Editora, Rio de Janeiro, 1978.
2. FIGUEIREDO, D. G. *Análise de Fourier e Equações Diferenciais Parciais*. IMPA, Rio de Janeiro, 2005.